

## סטטיסטיקה

פרק 31 - המשטנה המקרי הבודד - טרנספורמציה לינארית

תוכן העניינים

1. כללי .....

## המשתנה המקרי הבודד – טרנספורמציה לינארית:

**רקע:**

טרנספורמציה לינארית היא מצב שבו מבצעים הכפלת קבוע ו/או הוספה של קבוע על המשתנה המקורי (כולל גם חלוקה של קבוע והחסרה של קבוע).

בניסוח מתמטי נאמר כי אם משתנה אקראי  $Y$  מיוצג ע"י משתנה אקראי  $X$  כאשר  $a, b$  הם קבועים כלשהם:  $Y = aX + b$ , אז מתקיימים:

$$\cdot E(Y) = aE(X) + b \quad (1)$$

$$\cdot V(Y) = a^2 \cdot V(X) \quad (2)$$

$$\cdot \sigma_Y = |a| \sigma_x \quad (3)$$

**שלבי העבודה:**

- (1) נזהה שמדובר בטרנספורמציה לינארית (שינוי קבוע לכל התוצאות).
- (2) נרשום את כלל הטרנספורמציה לפי נתוני השאלה.
- (3) נפשט את הכלל ונזהה את ערכי  $a$  ו-  $b$ .
- (4) נציב בנוסחאות שלעיל בהתאם לממדים שנשאלים.

**דוגמה – הרולטה:**

בשימוש לנatoi שאלת הרולטה נתנו שאלות השתתפות במשחק 15 נס. מהי התוחלת והשונות של הרווח במשחק?

**פתרון (בחקלה):**

$$\text{חישבנו קודם ש: } E(X) = 22.5 = \mu, V(X) = 68.75 = \sigma^2$$

**שאלות:**

- 1)** סטודנט ניגש ל-5 קורסים הסמסטר. נניח שכל קורס שסטודנט מסיים מזכה אותו ב-4 נקודות אקדמיות. חשבו את התוחלת והשונות של סך הנקודות שיצבור הסטודנט כאשר נתון שתוחלת מספר הקורסים שישים היא 3.5 עם שונות 2.
- 2)** תוחלת סכום הזכיה במשחק מזל הינה 10 עם שונות 3. הוחלט להכפיל את סכום הזכיה במשחק. עלות השתתפות במשחק הינה 12.  
מה התוחלת ומהי השונות של הרווח במשחק?
- 3)** תוחלת של משתנה מקרי הינה 10 וסטיית התקן 5. הוחלט להוסיף 2 למשתנה ולאחר מכן להעלות אותו ב-10%.  
מהי התוחלת ומהי סטיית התקן לאחר השינוי?
- 4)**  $X$  הינו משתנה מקרי. כמו כן נתון ש- $E(X) = 4$  ו- $V(X) = 3$ .  
 $Z$  הינו משתנה מקרי חדש, עבורו:  $X - 7 = Y$ . חשבו את:  $E(Y)$  ו- $V(Y)$ .
- 5)** אדם החליט לבטא את רכבו; שווי הרכב 100,000 נק' להלן התוצאות האפשריות והסתברותן: בהסתברות של 0.001 תהיה תביעה טוטאליסט (כל שווי הרכב).  
בבסתברות של 0.02 תהיה תביעה בשווי מחצית משווי הרכב.  
בבסתברות של 5% תהיה תביעה בשווי רבע משווי הרכב.  
אחרת אין תביעה בכלל. החברה מאפשרת תביעה אחת בשנה.  
נסמן ב- $X$  את גובה התביעה השנתית, באלפיות.  
א. בנו את פונקציית ההסתברות של  $X$ .  
ב. חשבו את התוחלת והשונות של גובה התביעה.  
ג. פרמיית הביטוח היא 4,000 נק'.
- מהי התוחלת ומהי השונות של רווח חברת הביטוח לביטוח הרכב הנ"ל?

### תשובות סופיות:

- (1) תוחלת : 14 , שונות : 32 .
- (2) תוחלת : 8 , שונות : 12 .
- (3) תוחלת : 13.2 , סטיית תקן : 5.5 .
- (4) תוחלת : 3 , שונות : 3 .
- (5) א. להלן טבלה :  

0	25	50	100	$X$
0.929	0.05	0.02	0.001	$P(X)$

  
 ב. תוחלת : 2350 , שונות :  $85,727.5^2$  .

ג. תוחלת : 1650 , שונות :  $85,727.5^2$  .